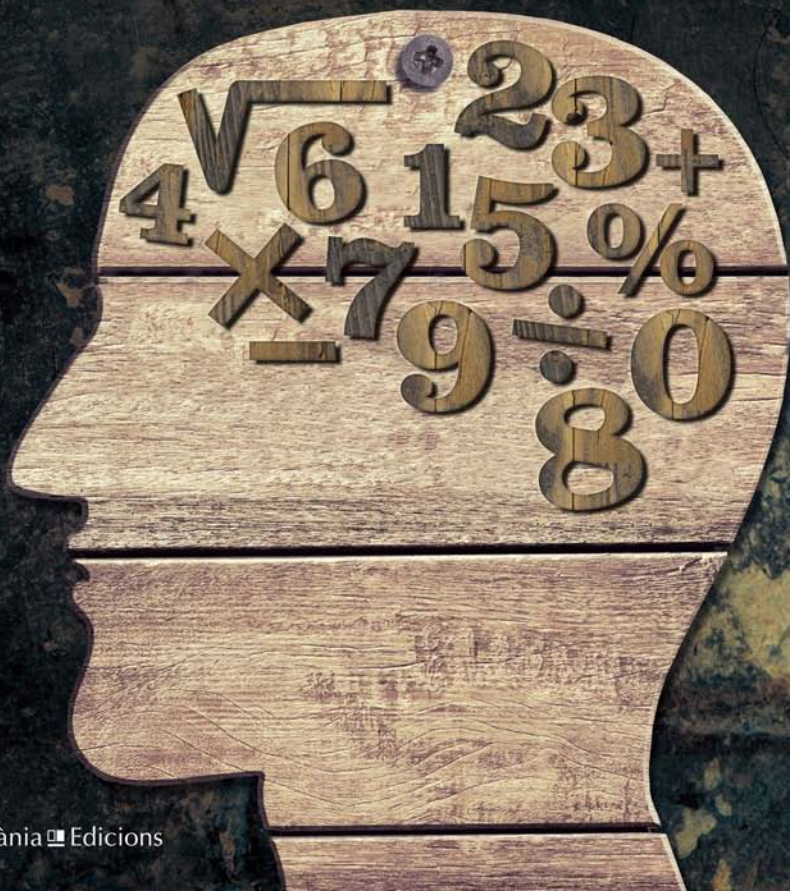


100

QÜESTIONS DE MATEMÀTIQUES

DESCOBRIU-NE LA CARA MÉS AMABLE

Miquel Capó





• *Col·lecció De Cent en Cent* – 22 •

100 qüestions de matemàtiques

Descobriu-ne la cara més amable

Miquel Capó Dolz

Cossetània
EDICIONS





Primera edició: gener del 2014

© Miquel Capó Dolz

© de l'edició:
9 Grup Editorial
Cossetània Edicions
C/ de la Violeta, 6 • 43800 Valls
Tel. 977 60 25 91
Fax 977 61 43 57
cossetania@cossetania.com
www.cossetania.com

Disseny i composició: Imatge-9, SL

Impressió: Romanyà-Valls, SA

ISBN: 979-84-9034-191-9

DL T 1-2014





ÍNDEX

Pròleg	13
I. Nombres i tipus de nombres...	15
1. Sistemes de numeració. Sistemes no posicionals.....	17
2. Sistemes de numeració. Sistemes posicionals.....	19
3. La successió de Fibonacci.....	21
4. El nombre d'or.....	23
5. Tipus de nombres I: nombres deficients, abundants, perfectes i amics.....	25
6. Càlcul mental i alguns trucs bàsics	27
7. Les fraccions egípcies.....	29
8. Del 0 al 9, 10 nombres importants (I).....	31
9. Del 0 al 9, 10 nombres importants (II).....	34
10. Una aturada en el camí: problemes d'enginy.....	37
II. Nombres, algunes aplicacions i curiositats...	39
11. Els nombres primers ens ajuden a comprar per Internet	41
12. Com multiplicar sense saber-se les taules.....	43
13. Un dia sense nombres	45
14. Curiositats numèriques.....	47
15. No tots els nombres comencen igual. La llei de Benford.....	49
16. Grans nombres i nombres petits.....	51
17. Tipus de nombres II: nombres narcisistes, REMIRP, vampirs i poligonals.....	54
18. Els bitllets d'euro i el seu codi corrector.....	56
19. Els nombres de la mala sort.....	58
20. Una aturada en el camí: passatems numèrics.....	60
III. Apropant-nos a l'infinit...	63
21. Escacs i matemàtiques	65
22. L'infinit i els tipus d'infinit.....	67
23. Google ve de googol.....	69
24. Les torres de Hanoi i la llegenda del final del món.....	71
25. Doblegant un full de paper: creixement exponencial.....	73



Miquel Capó Dolz

26. <i>Sin noticias de Gurb</i> : interès simple i compost	75
27. L'Hotel Hilbert, un hotel amb infinites habitacions	77
28. Amb només tres xifres	79
29. El nombre pi i el seu dígit 2.000 bilions.....	81
30. Una aturada en el camí: problemes d'enginy II	83

IV. Geometria, la mesura de la Terra..... 87

31. Eratòstenes i el càlcul del radi de la Terra	89
32. Enrajolant el terra	91
33. El teorema de Pitàgores.....	93
34. Els tres problemes geomètrics grecs: tres problemes sense solució.....	95
35. Un museu perfectament vigilat	97
36. A quina distància es troba l'horitzó?.....	99
37. Figures impossibles. Enganyant els nostres sentits	101
38. El format DIN A-4.....	103
39. El símbol de l'euro, geomètricament pensat	105
40. Una aturada en el camí: el tangram.....	106

V. Històries de matemàtiques i matemàtics..... 109

41. El darrer teorema de Fermat: més de 300 anys per ser demostrat	111
42. Cites matemàtiques	114
43. Segells matemàtics	117
44. Les cinc matemàtiques més importants	119
45. Origen dels principals símbols matemàtics	121
46. Els ponts de Königsberg.....	123
47. Pitàgores, Tales i cinc matemàtics més.....	126
48. A falta de premi Nobel, premis als millors matemàtics	128
49. Anècdotes de matemàtiques i matemàtics.....	130
50. Una aturada en el camí: problemes d'enginy III.....	132

VI. La probabilitat i l'estadística us poden fer rics..... 135

51. Tenim més opcions de guanyar la Primitiva, l'Euromillones, la travessa o la grossa de Nadal?	137
52. La paradoxa dels aniversaris coincidents.....	139
53. Hi ha dos catalans amb el mateix nombre de cabells al cap? El principi del colomar	141
54. El problema de Monty Hall: un cotxe i dues cabres	143
55. Les matemàtiques desmenteixen la famosa Llei de Murphy	145
56. Quants cromos haig de comprar per completar la col·lecció?	147
57. La família Pelayo o com guanyar als casinos.....	149
58. Com podem ser justos amb una moneda injusta?.....	151
59. Estadística. Com mentir objectivament	153
60. Una aturada en el camí: el problema de la malaltia al monestir.....	156





VII. Cultura matemàtica...	159
61. Art i matemàtiques	161
62. Literatura i matemàtiques	163
63. El calendari julià. Com sorgeixen els anys bixestos?	165
64. El calendari gregorià. Dia 15, l'endemà del 4	167
65. El sistema anglosaxó d'unitats	169
66. El Quixot i les matemàtiques.....	171
67. Matemàtiques a <i>Els Simpson</i>	173
68. Cinema i matemàtiques	176
69. Una aturada en el camí: problemes de pensament lateral	178
VIII. Aplicacions de les matemàtiques	181
70. Quants colors necessitem per pintar un plànol? El teorema dels quatre colors.....	183
71. El mètode d'Hondt i altres formes de repartir els escons	185
72. El DNI i els dígitos correctors.....	188
73. L'índex de massa corporal	190
74. Les mesures de la temperatura i les seves equivalències	192
75. El calendari perpetu.....	194
76. Com calcular el dia de l'any en què caurà el diumenge de Pasqua?.....	196
77. Algoritmes: la base de la informàtica	199
78. PageRank, l'algorisme de Google	201
79. La banda de Möbius i les seves aplicacions	203
80. Una aturada en el camí: tres germanes i un piano	205
IX. Geometria aplicada.....	207
81. Les còniques i les seves aplicacions.....	209
82. El teorema de Pick, una altra manera de calcular àrees de figures planes.....	212
83. Com omplir correctament mitja copa?.....	214
84. Com repartir un pastís de forma justa?.....	216
85. Pilotes de futbol: apropant-nos a l'esfera.....	218
86. El cinturó de la Terra	220
87. Les corbes més famoses	222
88. Una aturada en el camí: màgia matemàtica	224
X. Una mica de tot... ..	227
89. Discalcúlia, la dislèxia matemàtica	229
90. La fórmula matemàtica més bella	231
91. Els quadrats màgics, els precursors dels sudokus	233
92. Paradoxes i altres sorpreses matemàtiques	235
93. Com escollir encertadament els concursants de <i>La Voz</i>	237
94. Victòria assegurada: jocs amb estratègia guanyadora.....	239



Miquel Capó Dolz

95. Les equacions més útils de la història.....	241
96. Les demostracions, la base de la matemàtica.....	243
97. El problema de Langford.....	245
98. Els problemes del milió de dòlars o com fer-se ric resolent problemes.....	247
99. Per seguir pensant: problemes a l'espera del geni que els resolgui.....	250
100. Això s'ha acabat, però vosaltres podeu continuar... Divulgació matemàtica	252



PRÒLEG

Les matemàtiques són una ciència que no deixa indiferent a ningú, s'està amb elles o contra elles. Moltes persones els tenen un pànic irracional, possiblement originat en l'època escolar, on havien de passar uns exàmens compreguessin o no el que els estaven explicant. Malauradament, aquest pànic s'ha universalitzat tant i s'ha fet tan "normal" que moltes persones arriben fins i tot a fer gala de la seva ignorància matemàtica. Més d'una vegada he pogut sentir coses com: "Fes tu el càlcul, perquè jo sóc de lletres". Haig de confessar que no entenc de cap manera aquest argument. Seria com dir: "No puc escriure aquest llibre, perquè jo sóc de ciències".

Altres arguments recurrents són "Això no serveix per a res", "Per fer això ja existeixen els ordinadors" o "Les matemàtiques són molt avorrides".

Doncs bé, per intentar desmuntar tots aquests prejudicis m'he animat a escriure aquest llibre. Per mitjà de 100 qüestions el lector podrà comprovar que les matemàtiques són molt útils: són la base del cercador Google, ens ajuden amb el número del DNI, van fixar el calendari gregorià, ens permeten repartir els escons després d'unes eleccions, són la base de tota la informàtica i la tecnologia actual, ens permeten comprar per Internet amb seguretat... I també poden ser entretingudes: anècdotes de matemàtiques i matemàtics, problemes de lògica i enginy, màgia matemàtica, problemes numèrics a l'estil del famós sudoku, etc.

Les limitacions d'espai que m'ha imposat l'editorial en el desenvolupament de cadascun dels capítols també han contribuït a sintetitzar l'exposició i a no fer-la innecessàriament llarga o pesada. Tot i això, si algun tema us interessa especialment i en voleu saber més, al bloc





Miquel Capó Dolz

hi trobareu llibres, enllaços i vídeos amb els quals podreu ampliar coneixements:

<http://www.100questionsdematematiques.blogspot.com.es/>

Així doncs, només em queda desitjar que aquest llibre posi un granet d'arena en la lluita en la qual molts matemàtics i matemàtiques estem embarcats per fer veure que les matemàtiques són molt més que el que s'explica a les aules.

Animeu-vos a conèixer la cara més amable d'aquesta ciència!

MIQUEL CAPÓ DOLZ
Professor de Secundària
Març del 2013



I. NOMBRES I TIPUS DE NOMBRES...





01 / 100

SISTEMES DE NUMERACIÓ. SISTEMES NO POSICIONALS

Si imaginem que intentem calcular $1.347.834 + 2.148.458$ emprant el mètode de numeració d'un pres (és a dir, comptant amb quatre ratlles verticals creuades per una cinquena), de cop se'ns acabaran les ganes i, en cas contrari, és probable que ens equivoquem abans d'obtenir el resultat correcte. Per sort, s'han inventat mètodes millors que el que nosaltres hem anomenat *el mètode del pres* per representar nombres i per operar-hi. Aquests mètodes s'anomenen *sistemes de numeració*, i a continuació en veurem alguns.

Abans de continuar, caldria donar una definició més acurada de què és un mètode de numeració. En termes generals, podríem dir que un *sistema de numeració* és un conjunt de mètodes i convencions que permet escriure i anomenar qualsevol nombre natural i, per extensió, la resta de nombres, així com efectuar-hi càlculs.

Els sistemes de numeració es poden classificar en *posicionals* i *no posicionals*. Els *sistemes no posicionals* són aquells en què cada nombre està determinat per un símbol el valor del qual és independent de la posició que ocupa dins el nombre.

Els *sistemes posicionals* són, al contrari dels no posicionals, aquells en els quals el valor d'un símbol depèn del mateix símbol i de la posició en què es troba dins el nombre.

Per entendre-ho millor, posarem alguns exemples. Un exemple de sistema de numeració no posicional és l'egipci, que emprava els símbols que podeu veure a la taula següent:

Valor	1	10	100	1.000	10.000	100.000	1 milió (o infinit)
Símbol							



Així, per expressar el nombre 3.241 en aquest sistema no s'ha de fer res més que anar afegint (sumant) els símbols adequats fins a obtenir-lo:

3241 =       



02 / 100

SISTEMES DE NUMERACIÓ. SISTEMES POSICIONALS

Seguint amb els sistemes de numeració, cal afegir que els sistemes no posicionals presenten dos inconvenients importants. El primer és que per escriure nombres grans hem d'acumular molts símbols o inventar-ne d'altres, cosa que pot fer que siguin difícils de recordar. El segon és que es fa complicat operar amb nombres expressats d'aquesta forma, ja que no existeixen algorismes eficients per fer-ho.

Els sistemes posicionals poden resoldre aquests problemes. Com ja hem dit en el capítol anterior, en els sistemes posicionals, el valor de cadascuna de les xifres ve donat per dos factors: el símbol emprat i la seva posició dins el nombre. Així, com bé sabeu, en el nombre 1.321.651 la xifra 1 té tres valors diferents segons la seva posició dins el nombre: 1.000.000, 1.000 i 1.

El primer sistema posicional del qual es té notícia és el sistema babilònic, que emprava només dos símbols (realitzats amb escriptura cuneïforme):

$$\nabla = 1 \quad \lessgtr = 10$$

Per escriure nombres inferiors a 60 s'anaven acumulant aquests símbols i se'n sumaven els valors. Així, per escriure el nombre 53 escrivien:



Per a nombres majors que 59 el sistema ja era posicional i el valor de cada símbol valia 60, $60 \cdot 60 = 3.600$, $60 \cdot 60 \cdot 60 = 216.000$, etc., depenent de la posició en què es trobava dins el nombre (en aquest cas, diem que és un sistema de base 60).





Miquel Capó Dolz

Per exemple, com que el nombre $662.721 = 3 \times 216.000 + 4 \times 3.600 + 5 \times 60 + 21$, escrivien el que podeu veure en la figura següent:

$$3 \times 60 \times 60 \times 60 + 4 \times 60 \times 60 + 5 \times 60 + 21 = 662.721$$

Per acabar, hem de recordar que el nostre sistema també és posicional de base 10, així, quan escrivim el nombre 153.234 volem dir:

$$1 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 + 5 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 + 3 \times 10 \times 10 \times 10 + 2 \times 10 \times 10 + 3 \times 10 + 4 = 1 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 4$$

Aquest sistema va ser introduït a Europa durant el segle XIII per Leonardo de Pisa (Fibonacci), que mostrà que era un sistema molt eficient per poder operar amb els nombres i, per tant, molt útil en el comerç.